

Interprétation des Solitons DM comme l'interférence d'impulsions chirpées

*Asshvin Gajadharsingh and Pierre-André Bélanger
Département de Physique, Génie Physique et Optique, Centre
d'Optique Photonique et Laser (COPL)
Université Laval, Québec, Canada
March 2004.*

DISPERSION MANAGEMENT

Méthode variationnelle,
Théorie des moments,
Echelles multiples,
Approche perturbative.
Expansion
Hermite Gauss

Existence de
modes pairs, impairs
noirs, gris, bi-solitons

Les modes
stationnaires sont très
différents des solutions
solitons typiques de la
NLS...Existence de
lobes secondaires

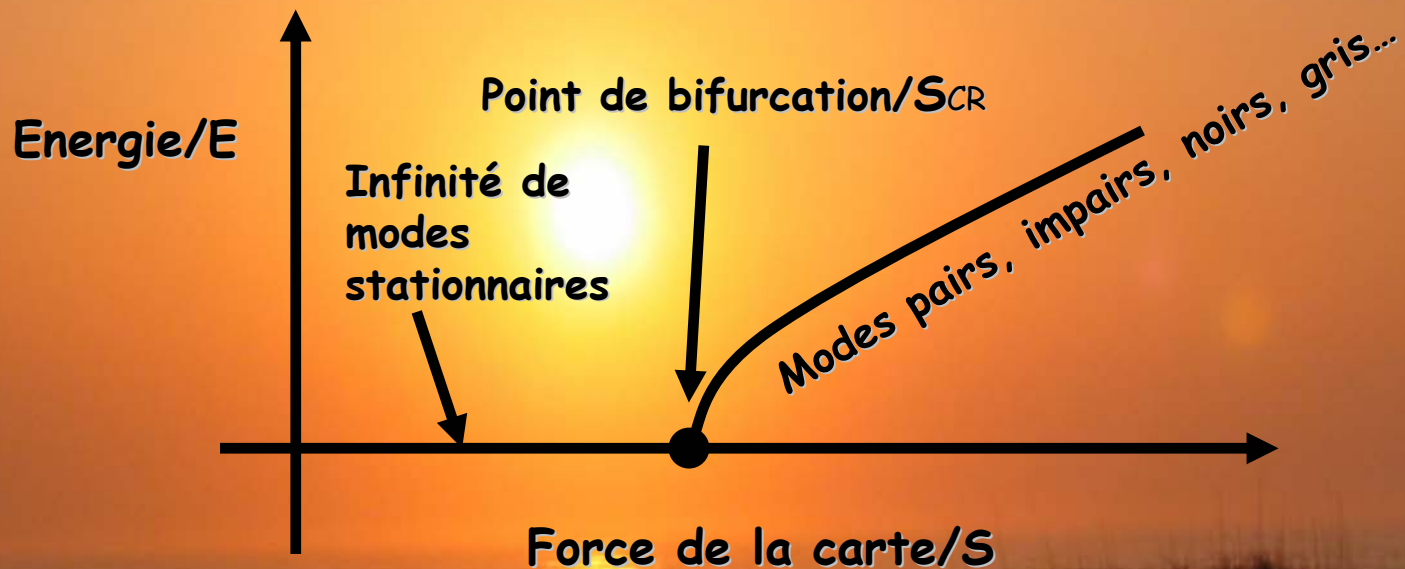
A ce jour, aucune
expression analytique n'a
été trouvé pour décrire
l'onde solitaire supportée
par la carte de
dispersion

3 régimes de
dispersion moyenne:
Positive, négative
et nulle.

Existence d'un
point de bifurcation
après lequel il est
possible d'observer des
solutions stationnaires
en régime de dispersion
moyenne nulle et
positive.

Dispersion moyenne nulle

- ★ Régime linéaire, infinité de solutions stationnaires.
- ★ Régime non-linéaire, il faut se rendre à un point précis pour être capable d'observer numériquement la première solution stationnaire.



Comportement asymptotique

- ★ En dispersion moyenne nulle, le comportement asymptotique de la solution stationnaire est donnée par l'expression analytique suivante [1]. Elle a été calculée à partir de l'équation intégrale Gabitov-Turitsyn...

$$V(\tau) \rightarrow ce^{-|b|\tau} |\tau| \cos \left[\frac{\tau^2}{2} + 1.413641|\tau| + 1.51023 \right]$$

avec $c = 11.9654$ et $b = 3.04515$ pour une carte de dispersion standard en dispersion moyenne nulle.

1. P. M. Lushnikov, *Opt. Lett.* 26, 1535-1537, 2001.

Notre expression analytique

- ★ L'expression de Lushnikov est très précise asymptotiquement mais elle n'est pas analytique à l'origine.
- ★ En s'inspirant de cette expression et via des simulations numériques aussi nombreuses que précises, on trouve l'expression analytique suivante pour une solution DM en dispersion moyenne nulle pour une carte $S=4.01$

$$V(\tau) = A \sec h^3 \left(1.01505 \frac{\tau}{\tau_w} \right) \left[1 + 4.985 \ln \left(\cosh \left(0.3 \frac{\tau}{\tau_w} \right) \right) \right] \times$$
$$\cos \left[0.5 \frac{\tau^2}{\tau_w^2} + 2.3561 \ln \left(\cosh \left(0.6 \frac{\tau}{\tau_w} \right) \right) \right]$$

Pour

$$\tau \rightarrow \infty$$

$$2.3561 \ln \left(\cosh \left(0.6 \frac{\tau}{\tau_w} \right) \right) \rightarrow 2.3561 \ln \left(e^{\frac{0.6\tau}{\tau_w}} \right) - 2.3561 \ln(2)$$

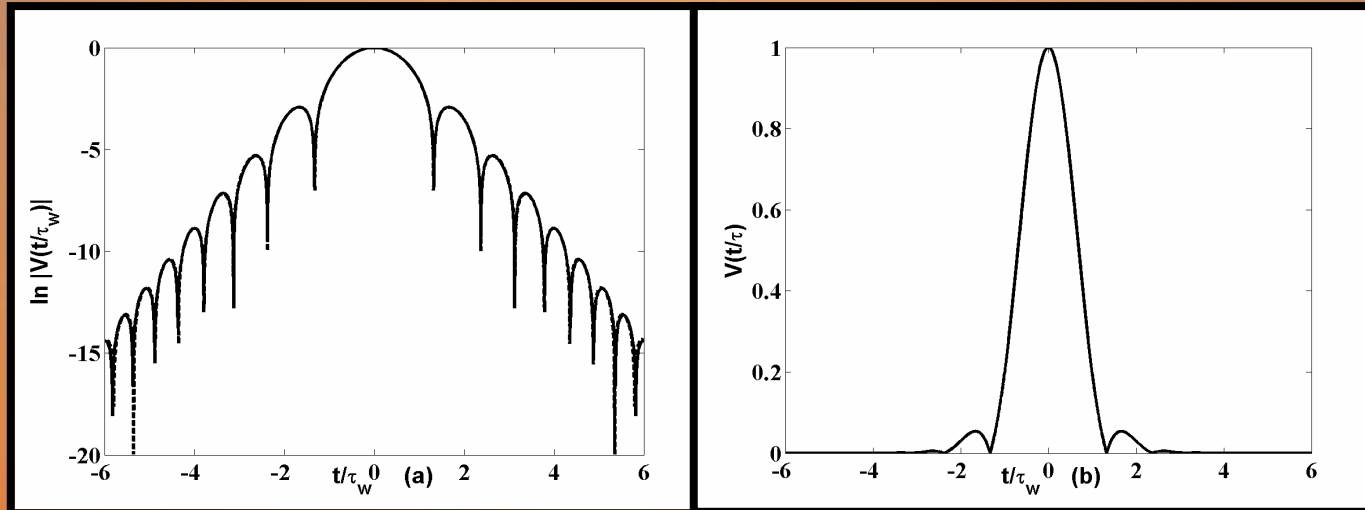
$$\rightarrow 1.4137 \left| \frac{\tau}{\tau_w} \right| + 1.51023 - \pi$$

Alors

$$\cos \left[0.5 \frac{\tau^2}{\tau_w^2} + 2.3561 \ln \left(\cosh \left(0.6 \frac{\tau}{\tau_w} \right) \right) \right] \equiv$$

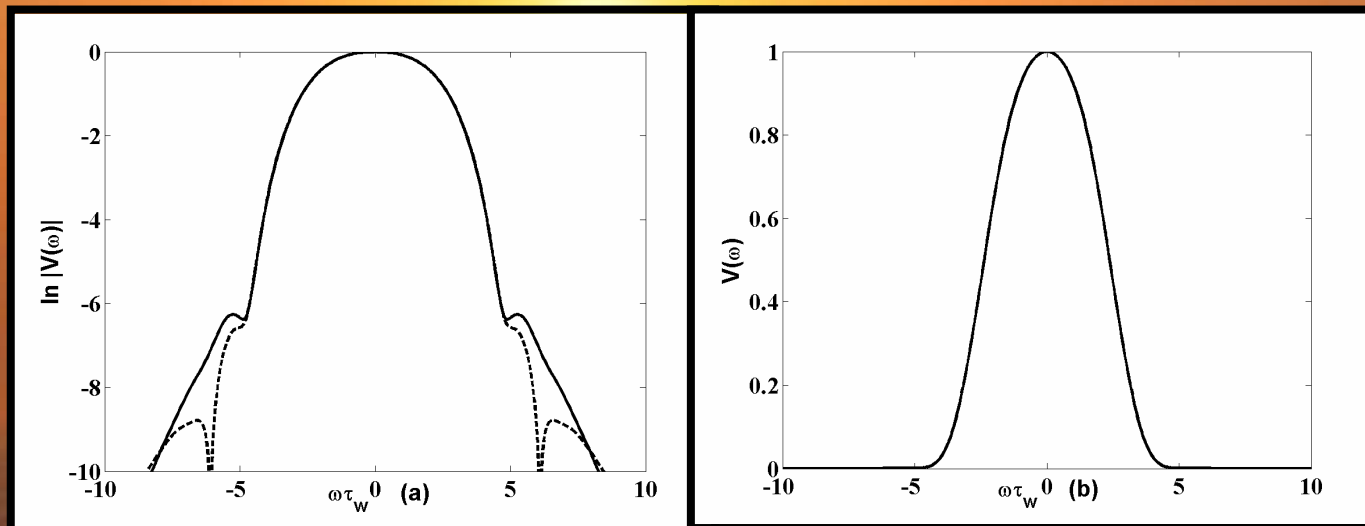
$$\cos \left[0.5 \frac{\tau^2}{\tau_w^2} + 1.4137 \left| \frac{\tau}{\tau_w} \right| + 1.51023 \right]$$

Solution Numérique exacte v/s Expression analytique

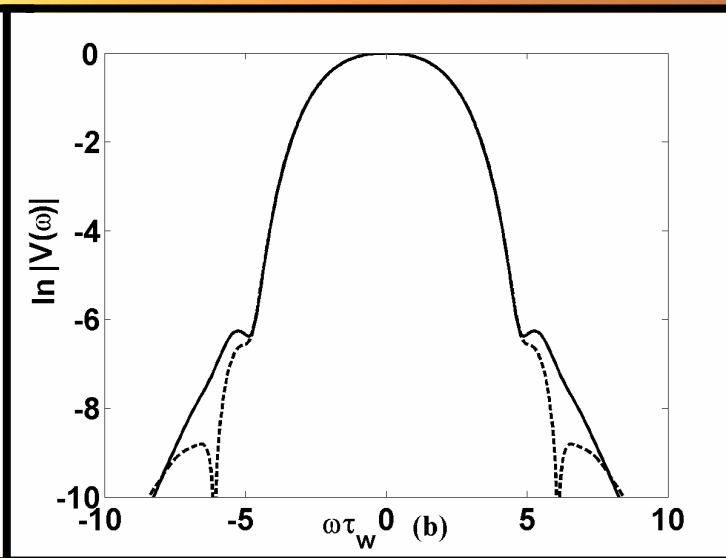
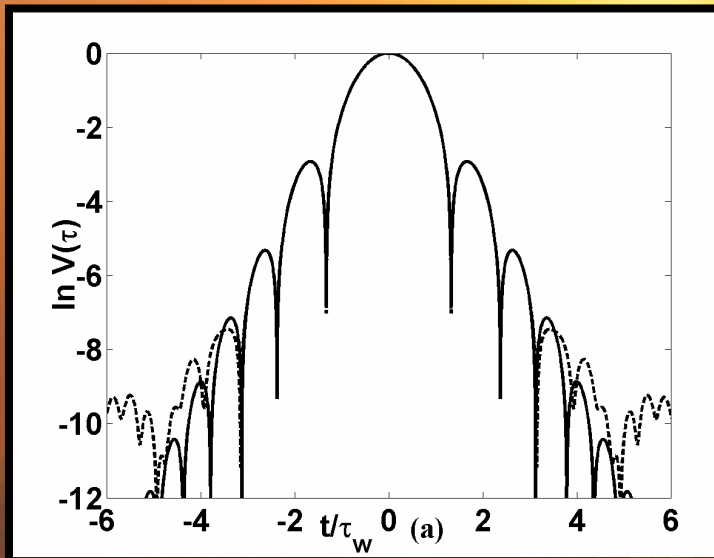
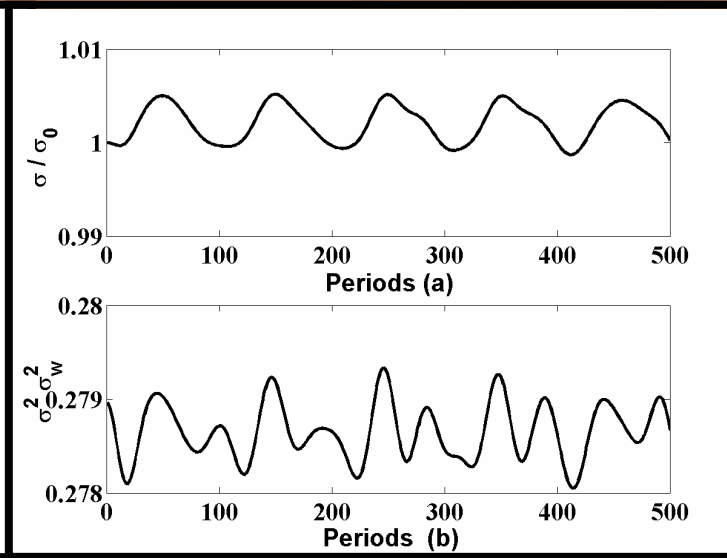
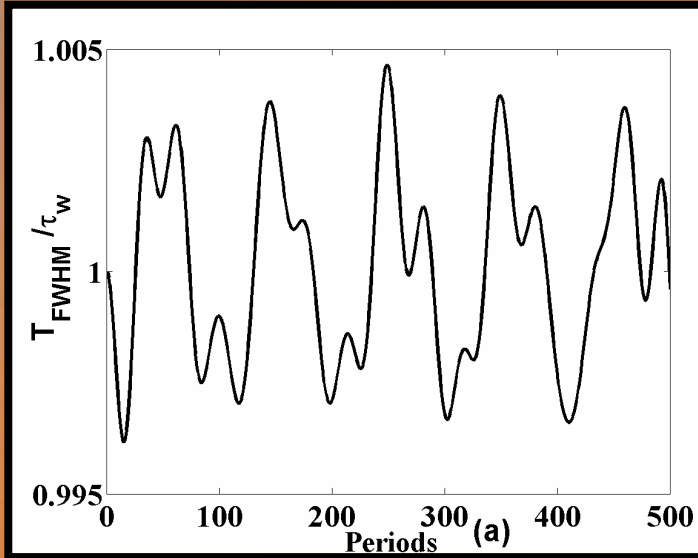


Trait plein =
Solution exacte

Pointillé =
Expression
analytique
sécante cosinus
(SC)



Évolution à long terme



Nous avons
pratiquement
trouvé la
solution
stationnaire !!!

Notre interprétation

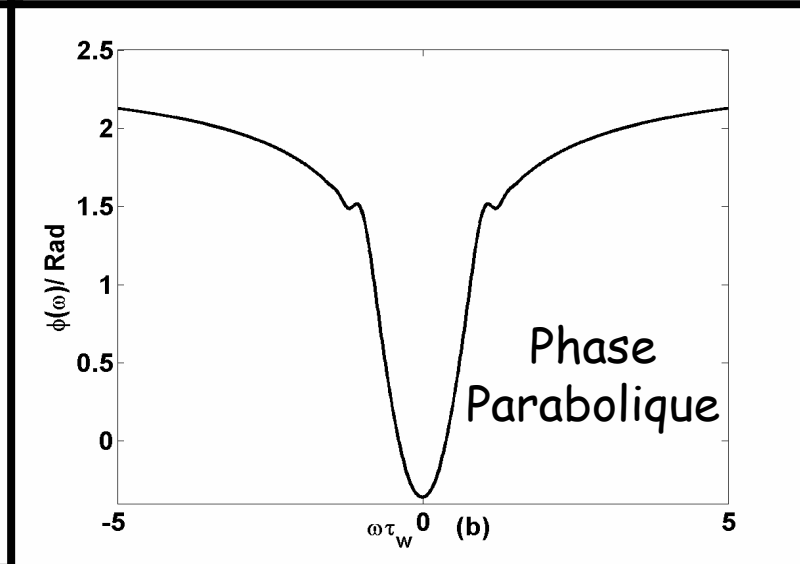
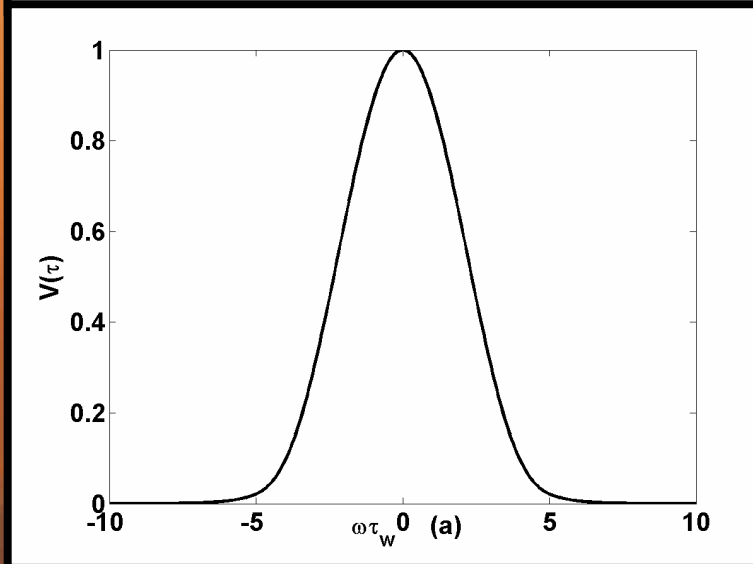
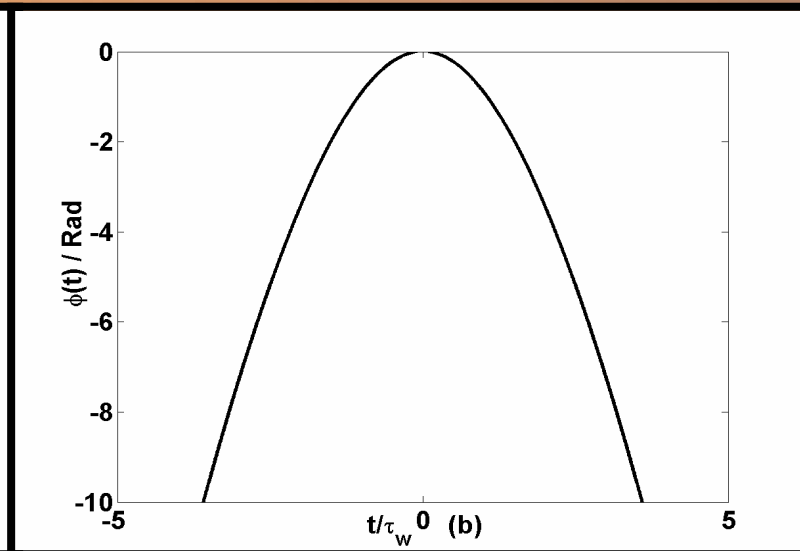
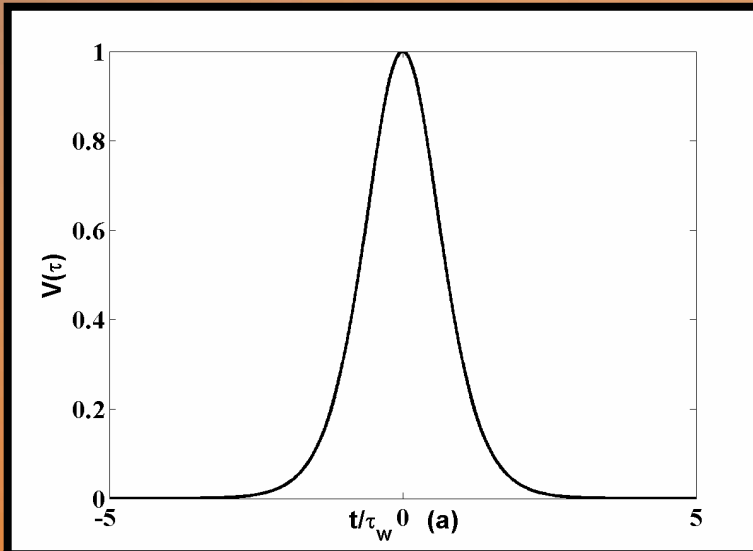
- ★ Notre expression analytique est tellement précise qu'elle nous donne la motivation requise pour interpréter la soliton DM comme une

INTERFERENCE D'IMPULSIONS CHIRPÉES

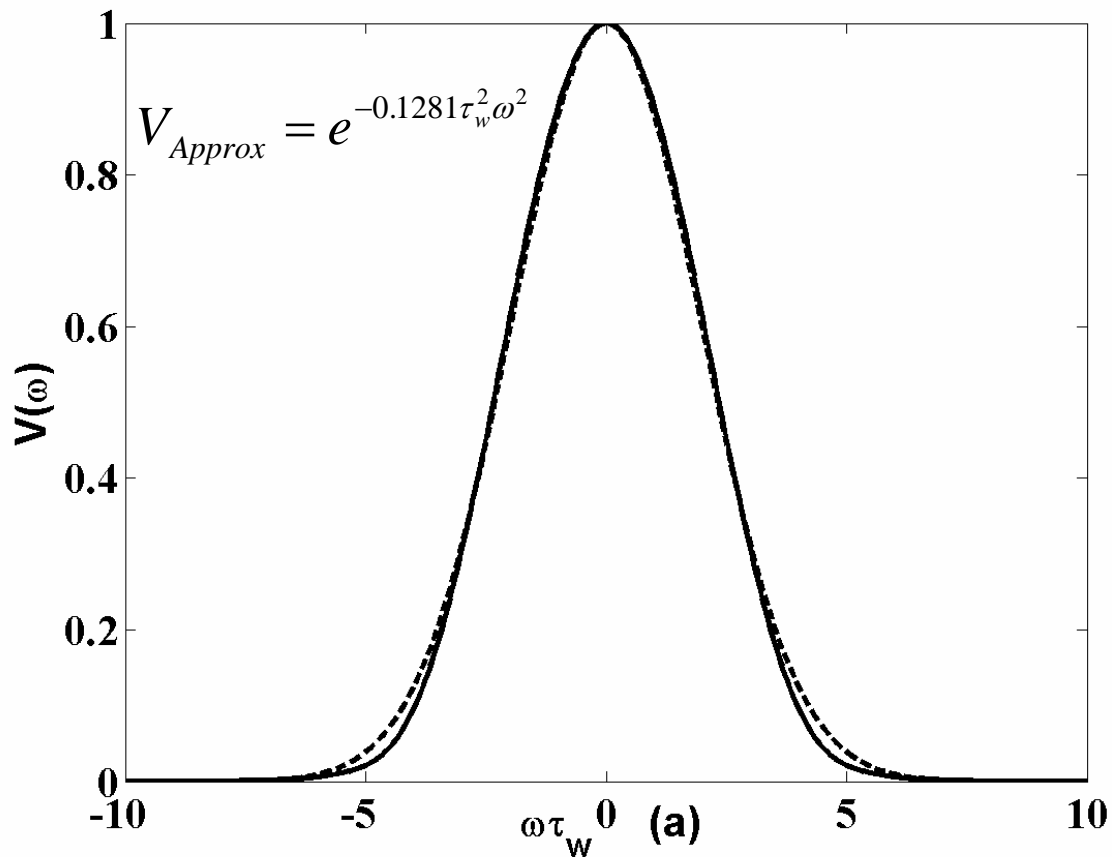
- ★ Chaque impulsion est décrite par:

$$V(\tau) = \frac{A}{2} \operatorname{sech}^3 \left(1.01505 \frac{\tau}{\tau_w} \right) \left[1 + 4.985 \ln \left(\cosh \left(0.3 \frac{\tau}{\tau_w} \right) \right) \right] \times$$
$$\exp \left[-i \left(0.5 \frac{\tau^2}{\tau_w^2} + 2.3561 \ln \left(\cosh \left(0.6 \frac{\tau}{\tau_w} \right) \right) \right) \right] + c.c$$

Propriétés des champs respectifs



- ★ Régime quasi-linéaire... On propage le champ linéairement jusqu'au point de chirp nul pour connaître la forme non chirpée du champ que l'on peut très bien approcher par une gaussienne.



Trait plein = Forme du champ au point de chirp nul.

Pointillé = Gaussienne approximative de ce champ.

Modèle Cosinus-Gaussien (CG)

★ Au point non-chirpé, le produit RMS des variances temporelles et spectrales est:

$$\sigma^2 \hat{\sigma}^2 = 0.2541 \cong \star \textit{GAUSSIENNE}$$

★ La distribution de cette Gaussienne est $V_{Approx} = e^{-0.1281\tau_w^2\omega^2}$

★ La phase spectrale peut être approchée par $\phi_{Approx} \cong 0.1175\tau_w^2\omega^2 - 0.3524$

★ Analytiquement, le traitement d'un modèle basé sur des Gaussiennes est plus simple à effectuer car les intégrales sont faciles à calculer.

★ De plus les Gaussiennes sont les solutions naturelles de la NLS linéaire.

★ Expérimentalement, il serait facile, *a priori*, de générer des impulsions CG.

Modèle Cosinus-Gaussien (CG)

★ 2 impulsions Gaussiennes qui interfèrent donne la distribution réelle suivante

$$\hat{V}(\omega) = e^{-\omega^2 \sigma_0^2} \cos(\sigma_0^2 \tan(\phi_0) \omega^2 - \phi_0)$$

$$V(\tau) = e^{-\frac{\tau^2 \cos^2(\phi_0)}{4\sigma_0^2}} \cos\left(\frac{\sin(2\phi_0)}{8\sigma_0^2} \tau^2 + \frac{\phi_0}{2}\right)$$

$$\tan(\phi_0) = \frac{\beta_2 x_0}{2\sigma_0^2}$$

x_0 est le point où chaque Gaussienne est purement réelle

★ Notre impulsion CG doit respecter les conditions suivantes:

I $V_w \tau_w = 0.5826$

II $\hat{\sigma}^2 \sigma^2 = 0.2789$

III Précise pour $\tau \rightarrow 0$

Trouver la bonne valeur de ϕ_0

Pour $\phi_0 = 0.6285$

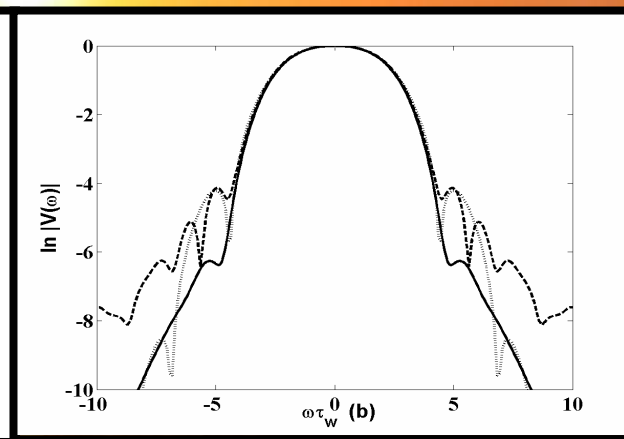
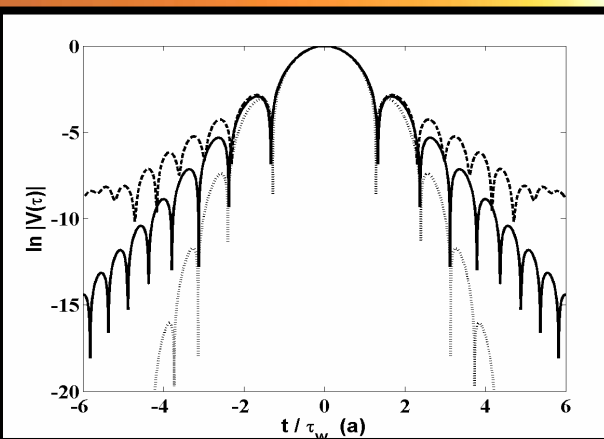
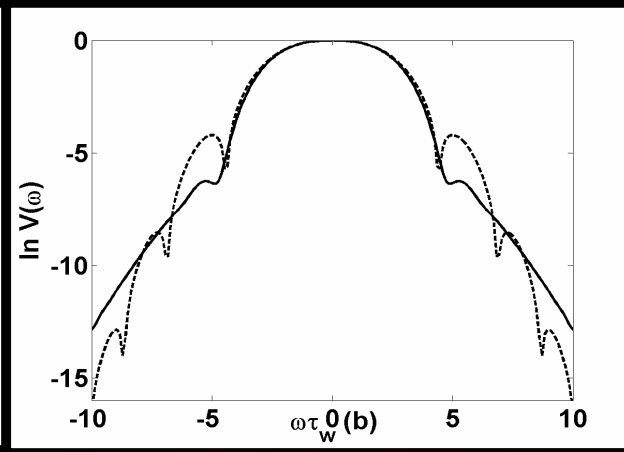
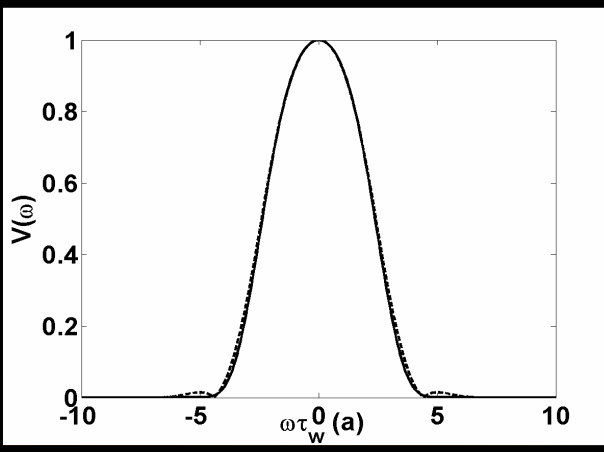
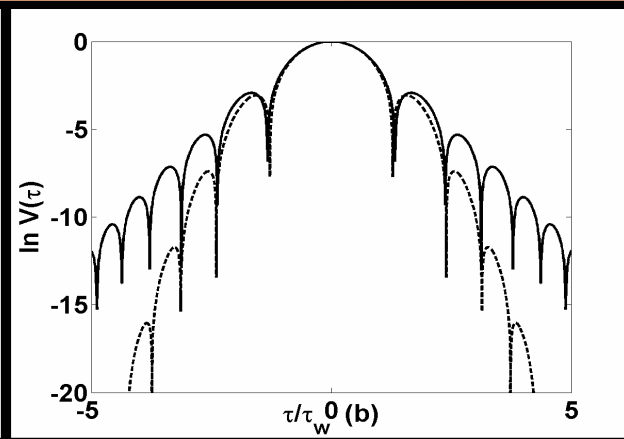
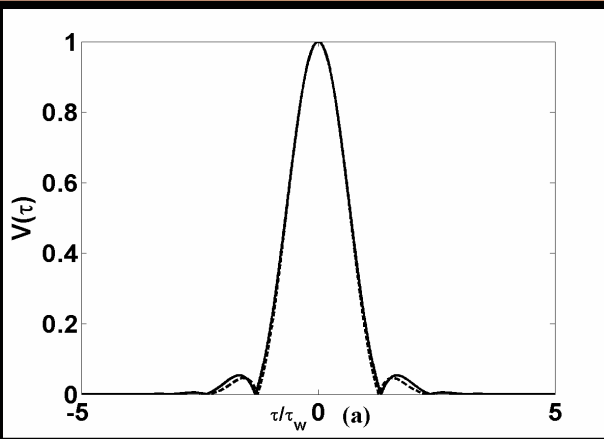
ANSATZ	CG	SC	Solution Stationnaire
$\hat{\sigma}^2 \sigma^2$	0.2766	0.2792	0.2789
$V_w \tau_w$	0.5868	0.5850	0.5826

$$x_0 = \frac{\tau_w^2 \tan(\phi_0)}{3.199 \beta_2}$$
$$S = 2 \frac{|\beta_2| L}{\tau_w^2}$$
$$x_0 = 0.4544 \frac{L}{S}$$

★ La distribution CG est donnée par:

$$\hat{V}(\omega) = e^{-0.1554 \tau_w^2 \omega^2} \cos(0.1129 \tau_w^2 \omega^2 - 0.6285)$$

$$V(\tau) = e^{-1.0527 \frac{\tau^2}{\tau_w^2}} \cos\left(0.7651 \frac{\tau^2}{\tau_w^2} + 0.3142\right)$$



Trait plein = Solution exacte

Pointillé = Expression analytique CG

Évolution longue durée.
L'impulsion CG reste une excellente approximation

Trait plein=Solution Exacte.

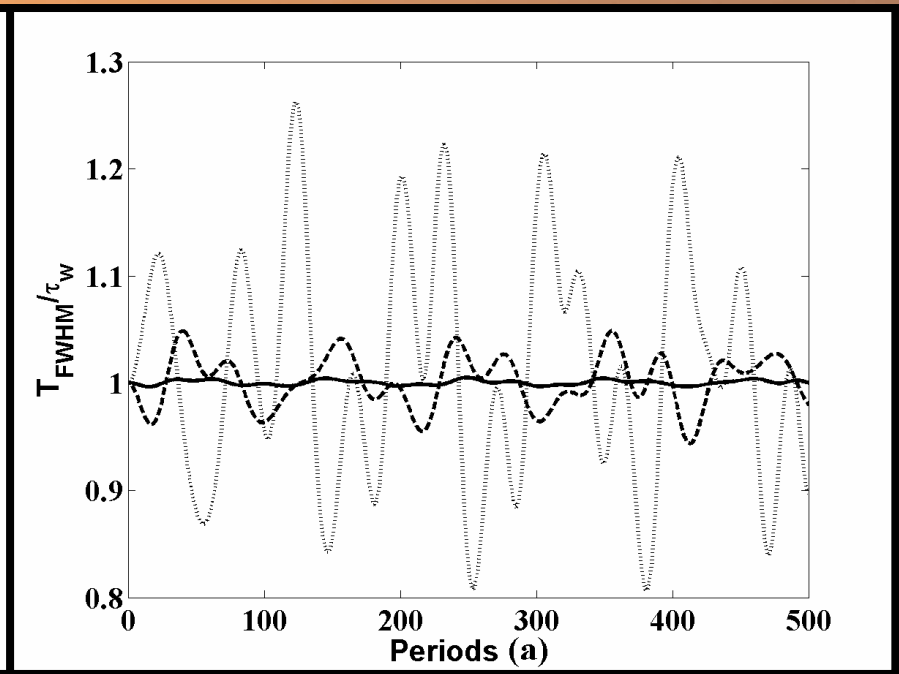
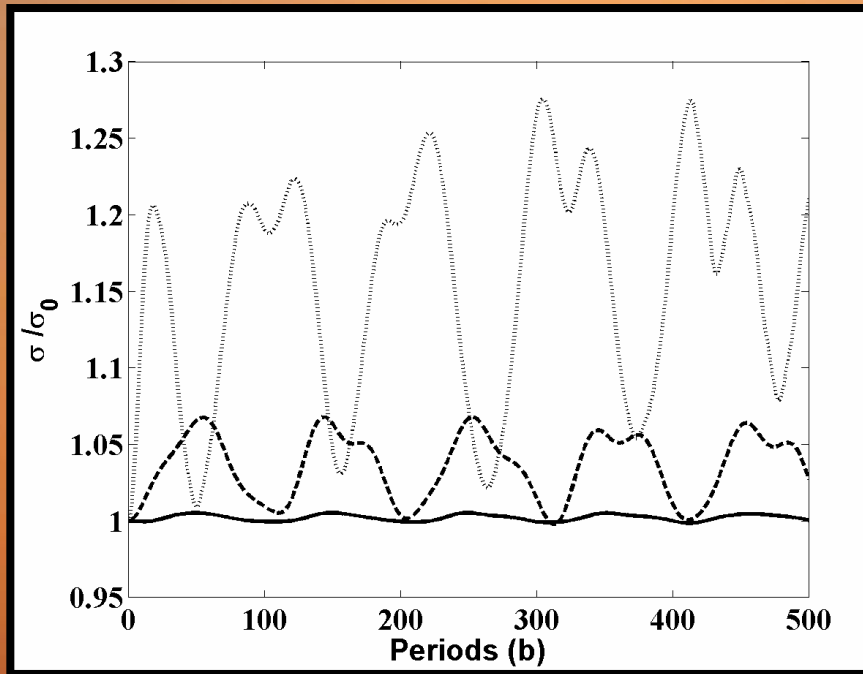
Trait brisé = Après propagation

Pointillé=Expression analytique CG initiale

Position des zéros τ/τ_w

Ansatz Cos-Gauss	Ansatz Sech-Cos	Stationary solution
1.28	1.32	1.32
2.39	2.37	2.37
3.14	3.14	3.12
3.73	3.78	3.78
4.25	4.35	4.36
4.71	4.87	4.88
5.14	5.35	5.37

Évolution à long terme - CG v/s SC v/s Gaussienne

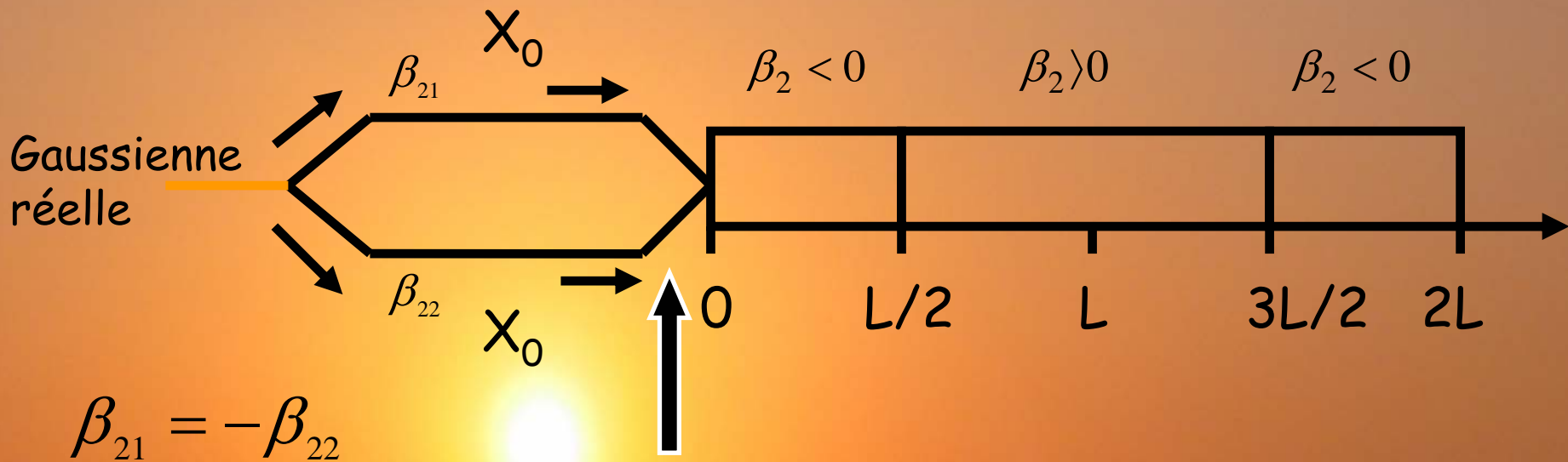


Trait plein = SC.

Trait brisé = CG.

Pointillé = Gaussienne pure.

Génération linéaire de l'impulsion CG



$$\beta_{21} = -\beta_{22}$$

Avec $x_0 = 0.4544 \frac{L}{S}$

Conclusion

- ★ Nous avons dérivé une expression analytique pour un soliton DM en dispersion moyenne nulle.
- ★ Notre expression est précise pour une amplitude de $1e-18$.
- ★ Nous interprêtons le cosinus présent dans notre expression comme l'interférence d'impulsions chirpées.
- ★ Nous avons justifié l'approche basée sur l'interférence d'impulsions Gaussiennes pour bâtir un modèle CG qui s'est révélé très précis.
- ★ The CG peut être appliqué, via calcul variationnel ou avec la méthode des moments, aux trois régimes de dispersion moyenne.
- ★ Ceci sera publié sous peu.